Prof. Dr. Alfred Toth

Die kategoriale Matrix als Untermatrix der semiotischen Spurenmatrix

1. Die Ergebnisse der von mir begründeten semiotischen Spurentheorie füllen einen Band meiner gesammelten Schriften (Toth 2010a). Ich möchte hier jedoch die Spur für einmal nicht deduktiv, sondern induktiv aus dem Begriff der semiotischen Kategorie einführen. Die Gründe dafür ergeben sich von selbst.

2. Setzt man zwei fundamentale semiotischen Morphismen (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) α und β, dann benötigt man für semiotische Kategorien u.a. die Inversen- und die Kompositionsbildung. Theoretisch erhält man damit

$\alpha, \alpha^o; \beta, \beta^o; \beta\alpha, \alpha^o\beta^o$,

aber auch die klassisch nicht-definierten Abbildungen $\beta^o\alpha^o$ und $\alpha\beta$, also natürlich 8 und nicht nur 6 Kombinationen. Da die Konversenbildung bei den letzten Kompositionen gegen die Definition klassischer Kategorien verstösst, kann man auch $(\beta\alpha)^+$ und $(\alpha\beta)^+$ schreiben. Damit erweist sich aber auch das nicht-klassisch erweiterte kategoriale System als fragmentarisch, und wir bekommen 4 weitere nicht-klassische Morphismen

$\alpha^+, \beta^+; \alpha^{o+}, \beta^{o+}$.

zusammen also genau 12 klassisch-transklassiche Morphismen, mit denen wir die folgende identitätsfreie 3×4-Matrix füllen:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \beta\alpha & \alpha^o\beta^o \\ \alpha^o & \beta^o & (\beta\alpha)^+ & (\alpha^o\beta^o) \\ \alpha^+ & \alpha^{o+} & \beta^+ & \beta^{o+} \end{pmatrix}$$

3. Die am Ende des letzten Kapitels in Morphismenschreibung gegebene Matrix kann man numerisch auch wie folgt darstellen:

$1 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 1$
$2 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 1$
$1 \leftarrow 2$	$2 \leftarrow 1$	$2 \leftarrow 3$	$3 \leftarrow 2$

Daraus resultiert natürlich, dass für eine Kategorie minimal ein Paar von Objekten (a, b) sowie eine Abbildung $\rightarrow$ zwischen ihnen nötig sind. Wie aber bekanntlich Mac Lane (1972, S. iii) bemerkte, ist die Kategorietheorie das „Rechnen mit Pfeilen". D.h. es spricht nichts Prinzipielles dagegen, neu eine neue mathematische Einheit aus einem Objekt sowie einer Abbildung zu definieren:

Spur := $(a, \rightarrow)$

Im Falle der semiotischen 3×3-Matrix haben wir natürlich $a \in \{1, 2, 3\}$. Damit kann aber nun jedes Objekt a in 4 Formen auftreten:

1. $\rightarrow a$ 3. $a \rightarrow$

2. $\leftarrow a$ 4. $a \leftarrow$

M.a.W.: Jedes der 9 Subzeichen der 3×3-Matrix kann nun auf $4^2 = 16$ Weisen dargestellt werden, das ergibt also 144 dyadische Spuren aus 4 monadischen Spuren.

Da natürlich

Kategorie := $((a, b), \rightarrow)$ gilt mit

1. $(a \rightarrow b)$ 3. $(a \leftarrow b)$

2. $(b \rightarrow a)$ 4. $(b \leftarrow a)$,

wobei nur im transklassischen Falle 1. und 4. sowie 2. und 3. zusammenfallen (Toth 2010b), ergibt sich, dass die kategoriale Matrix eine Untermatrix der semiotischen Spurenmatrix ist.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Bd. 2: Spuren. München 2010a (erscheint)

Toth, Alfred, Die vollstöndige kategoriale semiotische Matrix. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010b

28.6.2010